

最优低碰撞区跳频序列集构造与性能分析

田新钰 陈晓玉* 张继韬

(燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066004)

(河北省信息传输与信号处理重点实验室 秦皇岛 066004)

摘要: 电磁干扰(EMI)严重影响同步系统可靠性。现有5G方案采用全频带Zadoff-Chu(ZC)序列,在高密度接入场景下受限于正交码资源,面临明显的容量瓶颈。针对此挑战,该文提出一种跳频(FH)与ZC序列结合的方案。通过构造关于Peng-Fan-Lee界最优的多子集低碰撞区(LHZ)跳频序列集,利用其多子集结构为车联网局部簇同步资源划分提供序列支撑。仿真结果表明,在子带选择性阻塞干扰环境下,所提FH-ZC同步方案相较于全频带ZC基准方案具有更高的同步检测概率,同时,所提多子集按簇分配方式能够更好地适配局部簇同步场景的竞争结构,并在多用户并发条件下表现出更优的同步检测鲁棒性。

关键词: 跳频序列; Peng-Fan-Lee界; 汉明相关; 低碰撞区; 电磁干扰

中图分类号: TN911.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2026)12-0001-10

DOI: 10.11999/JEIT260343

CSTR: 32379.14.JEIT260343

1 引言

跳频通信(Frequency Hopping Spread Spectrum, FHSS)作为经典的抗干扰技术,在蓝牙及军用系统^[1-3]中已获验证。然而,随着车联网(Vehicle-to-Everything, V2X)向大规模、高动态方向演进,传统的全网同步跳频序列(Frequency Hopping Sequence, FHS)设计面临严峻挑战。近期发布的ISO国际标准《道路车辆窄带辐射电磁能的抗扰性》(ISO/TR 17716:2025)首次制定了V2X终端的辐射抗扰度方案,从标准层面印证了解决复杂电磁环境下通信可靠性问题的紧迫性。

在V2X系统中,车辆与路侧单元(Road Side Unit, RSU)需在毫秒级时延内完成高频协同。然而,这一过程面临双重困境。一是内部干扰,即局部空间内数千个节点的并发接入导致严重的频率碰撞^[4,5],二是外部干扰,包括车载雷达辐射、工业杂散信号及电子控制单元(Electronic Control Unit, ECU)产生的电磁干扰(ElectroMagnetic Interference, EMI)。从频域表现来看,此类EMI常呈现窄带集中或子带选择性阻塞特征^[6,7],即部分频率资

源在一定时间内受到较强干扰压制,从而影响同步前导检测、同步时钟恢复和序列解调过程。

长期以来,LTE/5G系统广泛采用Zadoff-Chu(ZC)序列作为同步信号。尽管ZC序列具有理想的自相关特性,但其设计初衷并非为了应对强EMI。ZC序列占用全频带,缺乏对窄带干扰的固有防御。此外,在现有5G方案中,多用户接入主要依托ZC序列,利用其优异的自相关特性,通过循环移位码域实现用户区分。然而,受限于有限的序列长度与正交资源,传统ZC方案在应对高密度接入场景时面临明显的容量瓶颈。针对此问题,将跳频技术与ZC序列循环移位相结合,能够突破单一码域维度的限制,通过时-频-码多维资源的联合构造,为扩展同步资源维度提供可能。同时,利用具备优良特性的FHS,能够降低大规模并发接入引发的频率碰撞概率。现有的最优低碰撞区(Low-Hit-Zone, LHZ) FHS集^[8-11]广泛用于准同步通信系统中,其设计往往追求全局性能最优,忽略了V2X天然的局部簇结构需求^[12-14]——车辆仅需与邻近实体同步,而非全网,如图1所示。

为解决大容量接入与强抗干扰之间的矛盾,本文在现有全局最优的序列集方法基础上,针对局部簇抗干扰问题进行了改进,提出一种适用于局部簇结构同步需求的LHZ FHS多子集构造方案。该方案通过笛卡尔积扩充生成单元,列不相关划分生成单元,实现了具备多子集结构的LHZ FHS集,且各子集均关于Peng-Fan-Lee界最优。仿真结果显示,在子带选择性阻塞模型下,引入跳频机制后,FH-ZC同步方案能够降低同步前导持续落入受干扰频段的概率,从而提升同步检测鲁棒性,同时,所

收稿日期: 2026-03-25; 改回日期: 2026-06-29; 网络出版: 2026-07-11

*通信作者: 陈晓玉 chenxiaoyu@ysu.edu.cn

基金项目: 河北省自然科学基金(F2025203055), 河北省高等学校科学技术研究基金(ZD2022026), 河北省重点实验室基金(202250701010046)

Foundation Items: The Natural Science Foundation of Hebei Province (F2025203055), The Science Research Project of Hebei Education Department (ZD2022026), The Key Laboratory Project of Hebei Province 202250701010046)

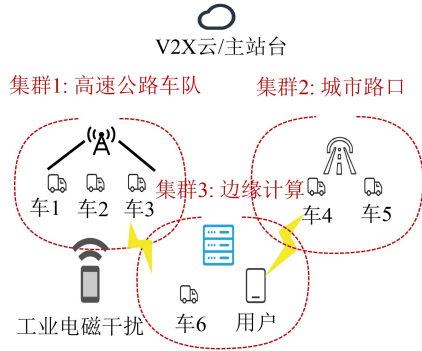


图1 面向大规模V2X接入的异构簇结构与多源干扰场景模型

提多子集按簇分配方式能够更好地适配局部簇同步场景的竞争结构，并在多用户并发条件下表现出更优的同步检测鲁棒性。

本文的主要贡献如下：

(1) 基于文献[15]提出的基础框架，通过重构序列映射机制，得到一种新的FHS集构造框架。利用不相交CPMDF生成了一类新的Peng-Fan界最优FHS集；

(2) 提出一种子集划分的多子集LHZ FHS集构造方法。所构造的各子集均为关于Peng-Fan-Lee界最优的LHZ FHS集，同时不同子集之间在非零低碰撞区内保持低的碰撞概率；

(3) 仿真结果表明，在子带选择性阻塞条件下，FH-ZC方案相较于传统全频带ZC同步方案表现出更高的同步检测概率，体现出其在强EMI频域阻塞场景下的抗干扰潜力。所提多子集按簇分配方式能够更好地适配局部簇同步场景的竞争结构，并在多用户并发条件下表现出更优的同步检测鲁棒性。

2 预备知识与理论基础

2.1 汉明相关函数定义

设 $\mathbf{F} = \{f_1, f_2, \dots, f_\ell\}$ 一个集合， $|\mathbf{F}| = \ell$ ， ℓ 为可用的频隙大小。 $A = \{a_i\}_{i=0}^{L-1}$ 和 $B = \{b_i\}_{i=0}^{L-1}$ 是定义在 $\mathbf{F}$ 上长度为 L 的任意两个FHSs，汉明相关函数 $H_{AB}(\tau)$ ， $\tau(0 \leq \tau \leq L-1)$ 表示为 $H_{AB}(\tau) = \sum_{i=0}^{L-1} h[a_i, b_{i+\tau}]$ ，其中，当 $a_i = b_{i+\tau}$ 时， $h[a_i, b_{i+\tau}] = 1$ ，否则 $h[a_i, b_{i+\tau}] = 0$ ， $j + \tau$ 需模 L 。

对于给定的FHS集 $\mathbf{S}$ ，其最大汉明自相关 $H_a(\mathbf{S})$ 、最大汉明互相关 $H_c(\mathbf{S})$ 和最大汉明相关 $H_m(\mathbf{S})$ 定义为： $H_a(\mathbf{S}) = \max_{0 \leq \tau \leq L-1} \{H_{AA}(\tau) : A \in \mathbf{S}\}$ ， $H_c(\mathbf{S}) = \max_{0 \leq \tau \leq L-1} \{H_{AB}(\tau) : A \neq B \in \mathbf{S}\}$ ， $H_m(\mathbf{S}) = \max\{H_a(\mathbf{S}), H_c(\mathbf{S})\}$ 。对于任意FHS集 $\mathbf{S}$ ，设整数 $H_a > 0$ ， $H_c > 0$ 。那么， $\mathbf{S}$ 的自相关区 L_{az} 、互相关区 L_{cz} 、最大相关区 L_z 以及 L_z 内最大周期汉明相关 $H_m(\mathbf{S})$ 分别定义如下： $L_{az} = \max_{0 \leq \tau \leq Z} \{Z | H_{AA}(\tau) \leq H_a, A \in \mathbf{S}, 0 \leq i < L\}$ ， $L_{cz} = \max_{0 \leq \tau \leq Z} \{Z | H_{AB}(\tau)$

$\leq H_c, A \neq B \in \mathbf{S}, 0 \leq i \neq j < L\}$ ， $L_z = \min\{L_{az}, L_{cz}\}$ ， $H_m(\mathbf{S}) = \max\{H_a, H_c\}$ 。

定义1 一个循环 $(\ell, p, 1)$ 完美门德尔松差族 (Cyclic Perfect Mendelsohn Difference Families, CPMDF) 是 $\mathbf{F}$ 中 k 元组的集合 $\mathbf{B} = \{B_i : 0 \leq i \leq M_n - 1\}$ ，基块的数量为 $M_n = (\ell - 1)/k$ 。 $\mathbb{Z}_\ell \setminus \{0\}$ 中的每个元素都能以唯一的方式表示为一个 B_i ， B_i 中两个不同元素的间隔为 t ， $t = 1, 2, \dots, k-1$ 。每个元组 B_i 被称为一个基块。因此，存在 $(\ell, k, 1)$ -CPMDF的一个必要条件是 $\ell \equiv 1 \pmod{k}$ ， $\gcd(\ell, k) = 1$ 。

2.2 跳频序列相关理论界

引理1 (Peng-Fan bound^[16]) 若FHS集 $\mathbf{S}$ 包含 N 个长度为 L 的序列，定义在大小为 ℓ 的频率槽集 $\mathbf{F}$ 上，有

$$H_m(\mathbf{S}) \geq \left\lceil \frac{(LN - \ell)L}{(LN - 1)\ell} \right\rceil \quad (1)$$

其中， $\lceil t \rceil$ 表示大于或等于 t 的最小整数。

定义2 若FHS集 $\mathbf{S}$ 相关参数满足式(1)的等式，则称 $\mathbf{S}$ 为最优FHS集。

引理2 (Peng-Fan-Lee bound^[17]) $\mathbf{S}$ 为 N 个长度为 L 的FHS集，其中， $\mathbf{S}$ 的频隙大小为 ℓ ， L_z 是 $\mathbf{S}$ 的LHZ，有

$$H_m(\mathbf{S}) \geq \left\lceil \frac{(NL_z + N - \ell)L}{(NL_z + N - 1)\ell} \right\rceil \quad (2)$$

当 $L_z = L - 1$ 时，Peng-Fan bound(式(1))是 Peng-Fan-Lee界(式(2))的特殊情况。

定义3 对于任意的FHS集 $\mathbf{S}$ ，当式(2)可以取得等号时， $\mathbf{S}$ 为最优LHZ FHS集。

引理3 (文献[18]) $\mathbf{S}$ 为 $\mathbf{F}$ 上的一个长度为 L 、包含 N 条FHSs的FHS集，其中 $\mathbf{F}$ 的大小为 ℓ 。 L_z 是 $\mathbf{S}$ 的LHZ。有

$$L_z \leq \frac{\ell^{H_m(\mathbf{S})+1}}{N-1} \quad (3)$$

定义4 若 L_z 是式(3)的最大整数解，则称该LHZ FHS集 $\mathbf{S}$ 具有最优族规模。若FHS集 $\mathbf{S}$ 的序列个数为 N ，那么相对于式(3)的最大整数解，序列个数规模占比 η 表示为

$$\eta = \frac{NL_z}{\ell^{H_m(\mathbf{S})+1} + L_z} \quad (4)$$

定义5 规模占比 η 定义为实际构造的序列数与理论最大可能规模之比。在其他相关参数确定的情况下， η 越大，表明序列集合的规模越趋近于理论界。

3 最优FHS集及LHZ FHS集构造

本节基于Cai等人^[15]提出的构造框架开展两个并行研究。首先通过重构序列映射机制并融入不相交CPMDF集，构造最优的FHS集。同时，考虑到

序列集容量，通过笛卡尔扩充生成序列集，列不相关划分生成序列集，构造了一类多子集的LHZ FHS集，可为车联网局部簇同步场景提供更适配的序列分配结构。

3.1 基于调整映射的FHS集构造

构造A:

步骤1 在 $\mathbf{F}$ 上构造一个序列集 $X_i = \{x_{i,t}\}_{t=0}^{L-1}$, $0 \leq i \leq k-1$, 使得对于任意给定的 i, j, τ , 满足 $0 \leq i \neq j \leq k-1$ 且 $0 \leq \tau \leq L-1$, 或者 $0 \leq i = j \leq k-1$ 且 $\tau \leq L-1, a \in \mathbb{Z}^*$, 使得

$$\begin{aligned} & |\{0 \leq t \leq L-1 : x_{j,(t+\tau) \bmod L} - x_{i,t} = a\}| \\ &= \begin{cases} L, a = \tau \\ 0, a \neq \tau \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

步骤2 在 $\mathbf{F}$ 上生成一个FHSY = $\{y_i\}_{i=0}^{m-1}$, 使得

$$\begin{aligned} & \max_{\substack{b \in \mathbb{Z}_m^* \\ 1 \leq k \leq m-1}} |\{0 \leq t_2 \leq m-1 : y_{t_2} - y_{(t_2+d) \bmod m} = b\}| \leq 1, \\ & 0 < |y_{i+\tau} - y_i| \leq m-1 \end{aligned} \quad (6)$$

步骤3 $\exists i, r, y_i - y_{i+1} \equiv x_r - x_{\ell-i} \pmod{\ell}$, 从序列Y和序列集 $\mathbf{X}$ 中生成FHS集 $\mathbf{S} = \{S_i : 0 \leq i \leq k-1\}$. FHS $S_i = \{s_{i,t}\}_{t=0}^{mL-1}$ 由式(7)给出

$$s_{i,t} = x_{i,\langle t \rangle_L} + y_{\lfloor t/L \rfloor}, 0 \leq t \leq mL-1 \quad (7)$$

定理1 $\mathbf{S}$ 由 k 个在 $\mathbf{F}$ 上长度为 mL 的FHS组成，最大汉明相关为 L 。

证明 S_i 和 S_j 是 $\mathbf{S}$ 中的任意两个FHSs, $0 \leq i, j \leq k-1, 0 \leq \tau \leq mL-1$. 根据 S_i 和 S_j 的定义，有

$$\begin{aligned} & h(s_{i,t}, s_{j,(t+\tau) \bmod mL}) \\ &= h(x_{i,t_1} - x_{j,(t_1+\tau) \bmod L}, y_{t_2} - y_{(t_2+\tau) \bmod L}) \\ &+ h(x_{i,(\ell-\tau) \bmod L} - x_{j,\tau \bmod L}, y_{t_2} - y_{(t_2+\tau) \bmod L} + 1 \bmod m) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $t_1 = \langle t \rangle_L$ 且 $t_2 = \lfloor t/L \rfloor$. 通过以下情况分析该序列集的汉明相关性。

情况1 $0 < \tau < L$ 或 $\tau \bmod L = 0$, $y_{t_2} - y_{(t_2+\tau) \bmod L} = 0$, 根据(8)和 $\exists i, j, r, c, y_i - y_{i+1} \equiv x_r - x_{\ell-i} \pmod{\ell}$, 有

$$\begin{aligned} & \sum_{t=\ell}^{\ell+L-1} h(s_{i,t}, s_{j,(t+\tau) \bmod mL}) (s_{i,t}, s_{j,(t+\tau) \bmod mL}) \\ &= 0 + \sum_{t_1=0}^L h(x_{i,\ell-\tau \bmod L} - x_{j,\tau \bmod L}, y_{t_2} - y_{t_2+c \bmod m}), \\ & \sum_{t=0}^{mL-1} h(x_{i,\ell-\tau \bmod L} - x_{j,\tau \bmod L}, y_{t_2} - y_{t_2+c \bmod m}) \\ & \leq \tau \leq L. \end{aligned} \quad (9)$$

情况2 $L < \tau < L(m-1)$ 并且除去情况1, $a, d \in \mathbb{Z}^*$, 根据式(8), 有 $h(x_{i,\ell-\tau \bmod L} - x_{j,\tau \bmod L}, a) \leq d, y_{t_2} - y_{(t_2+\tau) \bmod m} > 0$, 有 $\sum_{t=0}^{mL-1} h(b, y_{t_2} - y_{(t_2+\tau) \bmod m}) \leq L-d$, 从而 $\sum_{t=0}^{mL-1} h(s_{i,t}, s_{j,(t+\tau) \bmod mL}) = L$ 。

引理1^[15] 如果步骤3为 $s_{i,t} = x_{i,\langle t \rangle_L} + y_{\lfloor t \rfloor_m}$, $0 \leq t \leq mL-1$, 那么, $\mathbf{S}$ 由 k 个在 $\mathbf{F}$ 上长度为 mL 的FHS组成，最大汉明相关为 L 。

例1 设 $\mathbf{X}$ 为一个序列集合，仅包含1个定义在 $\mathbf{F}$ 上、长度为5的序列 $\mathbf{X} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 。设 $\mathbf{Y} = \{2, 4, 3, 1\}$ 是定义在 $\mathbf{F}$ 上、长度为4的序列。容易验证, $\mathbf{S} = \{2, 3, 4, 0, 1, 4, 0, 1, 2, 3, 3, 4, 0, 1, 2, 1, 2, 3, 4, 0\}$, $\mathbf{S}$ 的最大汉明相关为5，这与定理1中的结果一致。

3.2 基于CPMDF生成单元的最优FHS集构造

本节对应本文的第1种构造方法，通过引入CPMDF作为新的序列生成单元满足式(5)，丰富序列设计的灵活性以适配多样频谱场景。CPMDF集作为通用模块，同时适配文献[15]的框架与构造A，从而在这两类框架下均能生成理论最优的FHS集。以下是相应的构造方法。设 $\text{GF}(p)$ 和 $\text{GF}(p^r)$ 分别表示含有 p 个元素和 p^r 个元素的有限域， p 为素数， $r \geq 2$ 为整数。令 β 为 $\text{GF}(p^r)$ 的一个本原元，对于 $0 \leq i < (p^r - 1)/k$, 有CPMDFs $\mathbf{B} = B_i = (b_i^0, \dots, b_i^{k-1})$ 。

定义一个CPMDF集 $\mathbf{B} = \{b_i^t : 0 \leq i \leq M_n - 1, 0 \leq t \leq k-1\}$, 有

$$\mathbf{X} = \{X_i : 0 \leq i \leq M_n - 1\} \quad (10)$$

其中，每个 $X_i = \{x_{i,t} = \beta^{b_i^t}\}_{t=0}^{k-1}$ 是有限域 $\text{GF}(p^r)$ 上长度为 k 的序列，满足构造A的步骤1的式(5)。设

$$\mathbf{Y} = \{y_t\}_{t=0}^{p^r-2} = \langle \beta^t \rangle_{t=0}^{p^r-2} \quad (11)$$

是 $\text{GF}(p^r)$ 上长度为 $p^r - 1$ 的序列。则该序列Y满足构造A中步骤2的式(6)。

定理2 设 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 分别为由式(10)和式(11)给出的序列集和序列。 $\mathbf{S}$ 由 $\text{GF}(p^r)$ 上长度为 $k(p^r - 1)$ 的 M_n 个FHS组成， $\mathbf{S}$ 相对于式(1)中的界是最优的，其最大汉明相关值 $H_m(\mathbf{S}) = k$ 。

证明 由CPMDF差分唯一性和有限域本原元性质得到。将 $L = k(p^r - 1)$, $N = (p^r - 1)/k$, $\ell = p^r$ 代入式(1)，可得下界为 k 。又由引理1有 $H_m(\mathbf{S}) = k$ ，故达到Peng-Fan界。

3.3 具有多子集结构的最优LHZ FHS集构造

本节对应本文的第2种构造方法，即多子集LHZ FHS集构造。该构造同样基于文献[15]的基本

思想, 但并非由第3.2节所得最优FHS集直接派生而来。其目标是在低碰撞区内构造具有多子集结构的FHS集, 使每个非空子集均满足Peng-Fan-Lee界最优性, 同时不同子集之间在非零低碰撞区内保持受限的汉明相关。该结构可为局部簇同步中的序列资源划分提供理论支撑。该方案不再仅以全局相关最优为设计目标, 转而通过分级优化适配同步场景的核心需求: (1)自相关: 严格满足Lempel-Greengberger界, 有利于同步捕获; (2)簇内互相关: 达到Peng-Fan-Lee界最优, 有助于降低簇内同步碰撞; (3)簇间互相关: 放宽至 $[1, L_z]$ 区间, 以换取序列集容量的指数增长。具体构造如下。

构造B:

步骤1 设 p 为素数, $r \geq 2$, $k \geq 1$ 为整数。令 $q = p^r$, 并设 $k \mid (q-1)$ 。设 β 为 $\text{GF}(p^r)$ 的本原元。设 k 个非空集合 $\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \dots, \mathbf{T}_k$, $\mathbf{T}_1 = \mathbf{T}_2 = \dots = \mathbf{T}_k = \{0, 1, \dots, p^r - 1\}$, 其 k 重笛卡尔积记为 $\mathbf{T}_1 \times \mathbf{T}_2 \times \dots \times \mathbf{T}_k$, 定义为

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 \times \mathbf{T}_2 \times \dots \times \mathbf{T}_k = \{\{\beta^{a_1}, \beta^{a_2}, \dots, \beta^{a_k}\} \mid a_1 \in \mathbf{T}_1, a_2 \in \mathbf{T}_2, \dots, a_k \in \mathbf{T}_k\} \quad (12)$$

$\mathbf{T}$ 集合的元素总数为 $\Pi_{i=1}^k p^r = p^{kr}$ 。

步骤2 设序列集 $\mathbf{T}$ 划分为多个子集 $\mathbf{T}'_i$, $i \in \{0, 1, \dots, p^{(k-1)r} - 1\}$ 为子集索引。对于每个子集 $\mathbf{T}'_i$, 其包含 p^r 个长度为 $k(p^r - 1)$ 的序列 T_i^j , $j \in \{0, 1, \dots, p^r - 1\}$ 的生成公式为

$$T_i^j = T_i^j(n) = \left\{ \beta^{j + \lfloor i/(k-n-1)p^r \rfloor}, \dots, \beta^{j + \lfloor i/(k-n-1)p^r \rfloor}, \beta^{j + i(\text{mod } p^r)} \right\} \quad (13)$$

步骤3 $\mathbf{G}$ 为一个多子集LHZ FHS集。令 $\mathbf{G}_\delta \in \mathbf{G}$ 表示 $\mathbf{G}$ 中索引为 δ 的一个特定子集, $\mathbf{G}_\delta$ 由引理1替代构造A步骤3, 并以式(11)给出的 Y 和生成单元序列集 $\mathbf{X} = \mathbf{T}'_i$ 作为输入变量, 最终映射得到。

定理3 $\mathbf{G}$ 包含 $|\delta| = p^{(k-1)r}$ 个子集。任意 $\mathbf{G}_\delta \in \mathbf{G}$ 包含 p^r 条FHSs, 每条序列长度为 $k(p^r - 1)$, 频隙集大小为 p^r , 低碰撞区为 $L_z = p^r - 2$, 且当 $k < (p^{2r} - p^r - 1)/(p^r - 4)$ 时, 任意 $\mathbf{G}_\delta$ 相对于式(2)中的界是最优的, 其最大汉明相关值 $H_m(\mathbf{G}_\delta) = k$ 。

证明 设 G_i 和 G_j 是 $\mathbf{G}_\delta$ 中的任意两个FHSs, $0 \leq i, j \leq p^r - 1$ 。设 $0 \leq \tau \leq k(p^r - 1) - 1$ 是 G_i 和 G_j 之间的任意可能时延。根据 G_i 和 G_j 的定义, 对于任何 $0 \leq t \leq k(p^r - 1) - 1$, $t_1 = \langle t \rangle_k$ 且 $t_2 = \langle t \rangle_{p^r - 1}$, 有

$$\begin{aligned} h(G_{i,t}, G_{j,(t+\tau) \bmod k(p^r-1)}) \\ &= h(x_{i,t_1} + y_{t_2}, x_{j,(t_1+\tau) \bmod k} + y_{(t_2+\tau) \bmod (p^r-1)}) \\ &= h(x_{i,t_1} - x_{j,(t_1+\tau) \bmod k}, y_{(t_2+\tau) \bmod (p^r-1)} - y_{t_2}) \end{aligned} \quad (14)$$

通过以下情况分析子集 $\mathbf{G}_\delta$ 内的汉明相关性。

情况1 对于序列 x_i 和 x_j , 任意的 $\tau \in [0, k-1]$, 使得 $x_{i,t_1} - x_{j,(t_1+\tau) \bmod k} \neq 0$ 可以从文献[15]定理3中, 得到 $h(G_{i,t}, G_{j,(t+\tau) \bmod k(p^r-1)}) \leq k$ 。

情况2 对于序列 x_i 和 x_j , 存在一个 $\tau \in [1, k-1]$, 使得 $x_{i,t_1} - x_{j,(t_1+\tau) \bmod k} = 0$, 则同一序列 x_i 中相隔 τ 个时间单位的元素相等。在 G_i 和 G_j 中, 考虑在时延窗口1到 $(p^r - 2)\tau$ 上的式(14)。注意到 τ 至少为1, 所以 $L_z = p^r - 2$ 。对于时延 $\tau \in [1, p^r - 2]$, 频隙差 $y_{(t_2+\tau) \bmod (p^r-1)} - y_{t_2}$ 在模 $p^r - 1$ 下以固定间隔遍历非零值, 式(14)至多有 k 个有效状态满足特定碰撞条件。因此, 对于 $\tau \in [1, p^r - 2]$, $\max\left\{\sum_{t=0}^{k(p^r-1)-1} h(G_{i,t}, G_{j,(t+\tau) \bmod k(p^r-1)})\right\} \leq k$, 对于任意一个子集 $\mathbf{G}_i$, $\mathbf{G}_j \in \mathbf{G}$, $i \neq j \in [0, p^{(k-1)r} - 1]$, 序列 $A \in \mathbf{G}_i$, $B \in \mathbf{G}_j$ 存在 n , $n \in [0, k]$ 个时延 $\tau \in [1, p^r - 2]$, 使得 $x_{i,t_1} - x_{j,(t_1+\tau) \bmod k} = 0$, 那么 $\max\left\{\sum_{i=0}^{k(p^r-1)-1} h(a_i, b_{i+\tau})\right\} = n(p^r - 1)$ 。

对每个子集 $\mathbf{G}_\delta$, 将序列集的相关参数 $N = p^r$, $L_z = p^r - 2$, $\ell = p^r$, $L = k(p^r - 1)$ 带入理论界(2), 有 $\frac{(NL_z + N - \ell)L}{(NL_z + N - 1)\ell} = \left\lceil \frac{((p^r - 2)p^r + p^r - p^r)k(p^r - 1)}{((p^r - 2)p^r + p^r - 1)p^r} \right\rceil = \left\lceil \frac{k(p^{2r} - 2p^r + 3)}{p^{2r} - p^r - 1} \right\rceil$, 即, 当 $p^r = 4$ 时, 上式等于 k 。当 $p^r > 4$ 时, 在 $k < (p^{2r} - p^r - 1)/(p^r - 4)$ 条件下, 上式为 k , 构造的 $\mathbf{G}_\delta$, $\delta \in [0, p^{(k-1)r} - 1]$ 的每个子集满足理论界(2)。因此, $\mathbf{G}_\delta$ 是最优的LHZ FHS集。

推论1 设 $\mathbf{G}$ 为构造B得到的多子集LHZ FHS集。任取两个不同子集 $\mathbf{G}_{\delta_1}$ 和 $\mathbf{G}_{\delta_2}$, 其中 $\delta_1 \neq \delta_2$ 。对任意 $X \in \mathbf{G}_{\delta_1}$, $Y \in \mathbf{G}_{\delta_2}$, 在非零低碰撞区 $1 \leq \tau \leq L_z$ 内, 有 $H_{XY}(\tau) \leq k$ 。因此, 多个子集联合使用时, 跨子集序列在非零低碰撞区内仍保持受限的汉明相关, 可用于降低不同局部资源组之间的碰撞影响。

例2 令 $p = 3, r = 2, k = 3$, β 为 $\text{GF}(9)$ 的一个本原元, 满足方程 $\beta^2 + \beta + 2 = 0$ 。生成序列集 $\mathbf{T} = \{\{0, 0, 0\}, \{\beta, \beta, \beta\}, \dots, \{\beta^8, \beta^7, \beta^7\}\}$ 划分为子集 $\mathbf{T}_i$, $0 \leq i < p^{(k-1)r} = 81$, 若 $i = 26$ 时, 得到 $\mathbf{T}'_{26} = \{\{0, \beta^2, \beta^7\}, \{\beta, \beta^3, \beta^8\}, \{\beta^2, \beta^4, 0\}, \{\beta^3, \beta^5, \beta\}, \{\beta^4, \beta^6, \beta^2\}, \{\beta^5, \beta^7, \beta^3\}, \{\beta^6, \beta^8, \beta^4\}, \{\beta^7, 0, \beta^5\}, \{\beta^8, \beta, \beta^6\}\}$, 生成序列 $Y = (1, \beta, \beta^2, \beta^3, \beta^4, \beta^5, \beta^6, \beta^7)$, 由此, 可以得到一个序列子集 $\mathbf{G}_{26}$ 。为了方便验证结果, 将 $\text{GF}(9)$ 中的元素按照以下方式分配 $\mathbb{Z}_9$ 中的唯一编号, $0 \leftrightarrow 0, 1 \leftrightarrow 1, \beta \leftrightarrow 2, 2\beta + 1 \leftrightarrow 3, 2\beta + 2 \leftrightarrow 4, 2 \leftrightarrow 5, 2\beta \leftrightarrow 6, \beta + 2 \leftrightarrow 7, \beta + 1 \leftrightarrow 8$ 。

$G_0=\{1, 6, 0, 4, 7, 5, 7, 3, 2, 2, 1, 1, 5, 0, 3, 8, 8, 4, 3, 5, 8, 6, 4, 6\}$;

$G_1=\{5, 1, 5, 6, 6, 1, 2, 5, 7, 8, 7, 0, 0, 8, 6, 7, 4, 3, 4, 2, 2, 3, 0, 4\}$;

$G_2=\{8, 5, 3, 5, 3, 6, 4, 0, 1, 6, 2, 4, 7, 7, 7, 3, 6, 2, 1, 8, 5, 0, 1, 8\}$;

$G_3=\{4, 7, 4, 2, 1, 3, 0, 2, 5, 1, 6, 6, 6, 4, 2, 5, 0, 8, 7, 3, 0, 8, 8, 7\}$;

$G_4=\{6, 0, 1, 8, 4, 0, 1, 1, 8, 5, 8, 5, 3, 2, 4, 0, 3, 6, 2, 7, 7, 7, 5, 3\}$;

$G_5=\{0, 4, 7, 3, 8, 8, 8, 6, 4, 7, 0, 2, 1, 5, 0, 2, 2, 1, 6, 1, 6, 4, 3, 5\}$;

$G_6=\{3, 3, 2, 7, 2, 7, 5, 4, 6, 0, 5, 8, 4, 1, 1, 1, 7, 5, 8, 0, 3, 2, 6, 0\}$;

$G_7=\{2, 2, 6, 1, 5, 4, 3, 8, 0, 4, 3, 3, 8, 6, 8, 6, 1, 7, 0, 4, 1, 5, 7, 2\}$;

$G_8=\{7, 8, 8, 0, 0, 2, 6, 7, 3, 3, 4, 7, 2, 3, 5, 4, 5, 0, 5, 6, 4, 1, 2, 1\}$ 。

若 $i = 39$ 时，有 $\mathbf{T}'_{39} = \{\{0, \beta^4, \beta^2\}, \{\beta, \beta^5, \beta^3\}, \{\beta^2, \beta^6, \beta^4\}, \{\beta^3, \beta^7, \beta^5\}, \{\beta^4, \beta^8, \beta^6\}, \{\beta^5, 0, \beta^7\}, \{\beta^6, \beta, \beta^8\}, \{\beta^7, \beta^2, 0\}, \{\beta^8, \beta^3, \beta\}\}$ ，则 $\mathbf{G}_{39}$ 为

$G_0=\{1, 5, 1, 4, 3, 0, 7, 0, 8, 2, 2, 5, 5, 7, 4, 8, 6, 6, 3, 8, 7, 6, 1, 3\}$;

$G_1=\{5, 7, 7, 6, 1, 8, 2, 2, 4, 8, 6, 2, 0, 4, 0, 7, 0, 1, 4, 3, 6, 3, 8, 5\}$;

$G_2=\{8, 0, 2, 5, 4, 7, 4, 1, 6, 6, 8, 8, 7, 2, 1, 3, 3, 5, 1, 7, 3, 0, 5, 0\}$;

$G_3=\{4, 4, 6, 2, 8, 4, 0, 6, 0, 1, 0, 3, 6, 5, 8, 5, 2, 7, 7, 1, 1, 8, 3, 2\}$;

$G_4=\{6, 3, 8, 8, 2, 2, 1, 4, 3, 5, 5, 7, 3, 1, 5, 0, 7, 0, 2, 0, 4, 7, 6, 1\}$;

$G_5=\{0, 2, 0, 3, 5, 5, 8, 8, 2, 7, 3, 1, 1, 6, 3, 2, 1, 4, 6, 4, 8, 4, 7, 6\}$;

$G_6=\{3, 8, 5, 7, 0, 1, 5, 7, 7, 0, 4, 0, 4, 3, 6, 1, 5, 3, 8, 6, 2, 2, 2, 4\}$;

$G_7=\{2, 6, 3, 1, 7, 6, 3, 3, 1, 4, 1, 4, 8, 0, 7, 6, 8, 2, 0, 5, 5, 5, 4, 8\}$;

$G_8=\{7, 1, 4, 0, 6, 3, 6, 5, 5, 3, 7, 6, 2, 8, 2, 4, 4, 8, 5, 2, 0, 1, 0, 7\}$ 。

$\mathbf{G}$ 是 GF(9) 上 729 条长度为 24 的 FHSs 组成， $|\delta| = p^{(k-1)r} = 81$ ，当 $\delta \neq 0$ 时， $\mathbf{G}_\delta$ 为 720 条长度为 24，频隙大小为 9 的移位不等价序列集，其中 $720=9(81-1)$ ，为排除平凡子集后的有效序列数。总而言之，所提的多子集的 LHZ FHS 集在 $0 \leq \tau \leq 7$ ，簇间序列 $H_m(\mathbf{G}_\delta) = 3$ ， $0 \leq \delta \leq 80$ ，序列集 $\mathbf{G}_\delta$ 关于 Peng-Fan-Lee 界最优。此外，对于不

同子集间的非零时延，当 $1 \leq \tau \leq 7$ 时，簇间的最大汉明相关为 $H_m(\mathbf{G}) = 3$ 。此外，表1对比了本文所构造 LHZ FHS 集包含的序列个数与以往文献中序列集的规模占比。可以看出所得到的序列集的规模相对其他文献更大。

4 FH-ZC同步模型与性能验证

FH-ZC 系统通过动态频点跳变机制，将 ZC 序列的自相关优势与频域分集相结合，使同步前导在不同频隙间进行伪随机切换，从而降低其持续落入 EMI 的频域受阻塞子带的概率，提高同步前导检测的可靠性。由于同步前导序列检测是 V2X 同步接入过程中的起始环节，也是后续时频同步、接入判决和链路建立的基础，其检测可靠性直接影响系统同步稳定性。

4.1 子带阻塞干扰下的 FH-ZC 模型

考虑车辆节点在簇内进行同步接入时，邻近通信设备、车载电子系统或外部电磁源产生的 EMI 往往在频谱上表现为窄带干扰或子带选择性阻塞，部分频率资源在一定时间内受到强干扰压制，基于这一频域特征，采用子带选择性阻塞干扰模型对 V2X 场景中的局部频域阻塞效应进行抽象建模。即设系统总频域资源被划分为 N_{sb} 个子带，每个子带包含 K 个频点，因此 FFT 点数满足 $N_{FFT} = K \cdot N_{sb}$ 。在第 m 个跳频时隙中，FH-ZC 同步前导占用由跳频序列指定的目标子带。设干扰子带集合为 $\mathcal{B}_J(m)$ ， $|\mathcal{B}_J(m)| = B$ ，表示第 m 个时隙中受到 EMI 阻塞影响的子带集合，未被 $\mathcal{B}_J(m)$ 覆盖的子带视为未受该类窄带阻塞干扰影响。 $\mathbf{G}_{\delta,u}(m)$ ， $m \in [0, 1, \dots, p(p^r - 1) - 1]$ ， $0 \leq \delta < p^{(k-1)r}$ 为 FHS 集，同时序列频隙大小 ℓ 等于子带总数，即 $\ell = N_{sb}$ ，为便于描述多用户跳频过程，将用户 u 在第 m 个跳频时隙所占用的子带编号记为 $f_u(m)$ ，并令其由用户 u 对应的跳频序列 $\mathbf{G}_{\delta,u}(m)$ 决定，即 $f_u(m) = \mathbf{G}_{\delta,u}(m)$ 。单帧内探测跳数 M 越大，接收端可获得的跳频分集机会越多，通常有利于提高检测概率，同时， M 也对应更长的最大观测窗口。早停机制则在成功检测后提前终止后续观测，降低平均同步检测时延。 M 及

表 1 现有最优 LHZ FHS 集与本文相对 (3) 的规模占比对比

参数 ($L, \ell, N, L_z, H_m(\mathbf{G}_\delta)$)	$\eta(\%)$	循环等价	文献
(124, 4, 25, 29, 4)	1.45×10^{-3}	是	[8]
(62, 4, 25, 31, 2)	0.79	否	[9]
(171, 10, 7, 28, 24)	2.08×10^{-17}	是	[10]
(35, 15, 35, 6, 1)	7.3	否	[11]
(24, 9, 720, 7, 3)	76.2	否	本文

早停过程共同刻画了同步可靠性与检测时延之间的折中关系。

4.2 PSLR判决与检测概率

为实现对单跳信号的有效检测,需通过量化指标评估目标子带与非目标子带的能量差异,以此采用峰值旁瓣比(Peak-to-Sidelobe Ratio, PSLR)作为核心判决依据。PSLR分贝形式的定义及单跳检测判决规则为

$$\text{PSLR}_m = 10 \cdot \lg \left(\frac{P_{\text{main},m} + \epsilon}{P_{\text{side},m} + \epsilon} \right) \quad (15)$$

其中,当 $\text{PSLR}_m \geq \Gamma_{\text{PSLR}}$ 时, $\varphi_m = 1$, 否则 $\varphi_m = 0$, ϵ 是极小值, $P_{\text{main},m}$ 是主瓣功率, $P_{\text{side},m}$ 是旁瓣功率。 Γ_{PSLR} 为系统中每一跳信号设定的PSLR阈值。

检测概率PD定义为所有仿真次数中,在1次同步检测窗口内,接收端至少在1个跳频时隙中成功捕获同步前导的概率,作为物理层同步捕获可靠性的表征指标,通过蒙特卡罗仿真(Monte Carlo, MC)对PD进行统计估计,公式如式(16)所示

$$\text{PD} = \frac{1}{\text{MC}} \sum_{t=1}^{\text{MC}} \gamma_t \quad (16)$$

其中, $\exists m \in \{0, \dots, M-1\}$, 当 $\varphi_m = 1$ 时, $\gamma_t = 1$, 否则 $\gamma_t = 0$ 。

4.3 多用户碰撞分析

设同步检测窗口内可用子带数为 N_{sb} , 活跃用户集合为 $\mathcal{U}$, 且 $|\mathcal{U}| = U$ 。第 m 个跳频时隙中, 用户 u 占用的子带记为 $f_u(m)$ 。则目标用户 u_0 在第 m 跳受到的同频碰撞用户数可表示为

$[C_{u_0}(m)] = \sum_{u \neq u_0} p_{u,m}$, 其中 $p_{u,m} = \Pr\{f_u(m) = f_{u_0}(m)\}$, 当用户数 U 增加时, 即使各用户采用LHZ FHSs, 有限频隙资源也会被更多用户同时占用, $C_{u_0}(m)$ 的期望随 U 增大而上升。当 U 接近或超过可用频隙资源所能承载的范围时, 低碰撞区跳频结构带来的优势会被多用户叠加碰撞削弱, 从而抬高非目标子带能量。多用户碰撞会提高非目标子带或错误子带上的旁瓣功率 $P_{\text{side},m}$, 从而降低 PSLR_m 。当 PSLR_m 低于判决门限 Γ_{PSLR} 时, 该跳检测失败, 最终导致帧级PD下降。

4.4 仿真结果与局部簇适配性分析

为验证FH-ZC在子带阻塞干扰下的同步检测性能, 本节通过蒙特卡罗实验比较FH-ZC与现有的全频带Fixed-ZC方案^[18,19]的PD, 重点分析信干比(Signal-to-Interference Ratio, SIR)变化对PD的影响, 同时结合误差带与性能差值, 验证所提方案在子带阻塞干扰场景下的适用性。

图2展示了在子带数 $N_{\text{sb}} = 16$, 每子带bin数为

16, FHS为15, 0, 0, 0, 4, 2, 3, 4, 8, 3, 4, 5, 12, 12, 13, 14, 1, 5, 6, 7, 5, 11, 12, 13, 9, 8, 9, 10, 13, 7, 8, 9, 2, 9, 10, 11, 6, 14, 15, 1, 10, 6, 7, 8, 14, 4, 5, 6, 3, 15, 1, 2, 7, 10, 11, 12, 11, 13, 14, 15, FHS通过定理3中设置 $p=2$, $r=4$, 本原多项式 $x^4 + x + 1 = 0$, 按照 β 指数映射到 ℓ 所构成的序列集中的一个序列。信噪比 $\text{SNR} = 20$ dB、且峰值旁瓣比 $\Gamma_{\text{PSLR}} > 6$ dB的条件下, FH-ZC与Fixed-ZC的PD随SIR的变化特性。当干扰子带数量 $B=2$, 在干扰较强的 $\text{SIR} = -20$ dB情况下, FH-ZC比Fixed-ZC高48%。实验结果表明, 在子带选择性/窄带阻塞型干扰条件下, FH-ZC方案能够通过跳频分集降低同步前导持续落入受干扰子带的概率, 因此在强干扰场景下获得更高的检测概率, 体现出其对EMI频域阻塞影响的抗干扰潜力。尤为重要的是, 在本文设置的不同干扰子带数量下, 该方案均表现出更高的PD。

图3进一步评估了单帧内探测跳数 M 对FH-ZC与全频带Fixed-ZC基准方案对PD的影响。仿真结果表明, 在静态子带干扰环境下, 增加 M 值可显著提升两类方案的PD, 验证了分集增益对系统性能的正面贡献, 且在相同 M 下, 所提序列在 $M > 30$ 时能充分发挥跳频序列的分集优势, 检测性能更优, 即便 $M = 10$, 也比不使用跳频序列的ZC序列表现优秀, 展现出更好的抗干扰检测能力。

图4是不同活跃用户数下的PD, 码域正交资源配置为单用户模式, 为体现局部簇同步场景中簇内强竞争、簇间弱耦合的特征, Clustered-LHZ-FH-ZC引入簇间干扰衰减系数 η_{inter} 。其中, 同簇用户对目标用户的干扰幅度归一化为1, 而簇间用户的干扰幅度设为 $\eta_{\text{inter}} = 10^{-3/20} < 1$ 。因此, 簇间同频碰撞虽仍可能发生, 但其对相关输出旁瓣的抬升作用弱于簇内碰撞。 $\text{SNR} = 15$ dB, Clustered-LHZ-FH-ZC序列集使用例2生成的序列集。每个子集包含9条序列, 因此每个局部簇的可用序列容量为9。本文并不固定每簇用户数为9, 而是以9作为子集容

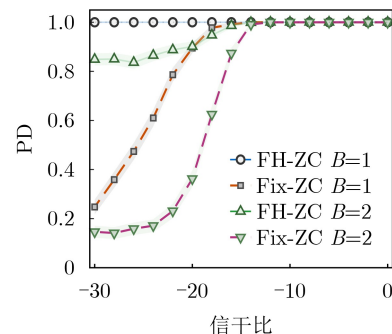


图2 不同干扰子带数下的PD对比

量上限,对目标簇活跃用户数进行扫描。Global-LHZ-FH-ZC是例2生成的第1个序列子集。时延 $\tau_u \in [0, L_z]$, τ_u 独立均匀随机选取, τ_u 表示第 u 个用户相对于目标用户同步前导的相对到达时延。图4从物理层同步检测角度表明,随着并发用户数增加,3种方案的检测概率PD均明显下降,表明多用户同频碰撞的累积是导致同步性能退化的主要原因。进一步地,Global-LHZ-FH-ZC中,所有用户均复用同一个LHZ子集,随着并发用户数增加,单子集内的重复复用迅速加剧,目标用户更容易遭遇同频碰撞并导致相关输出旁瓣抬高。相比之下,Clustered-LHZ-FH-ZC将不同局部簇映射到不同子集,使局部强竞争主要限制在簇内,而簇间仅形成较弱的背景干扰,因此其有效碰撞强度增长更慢,从而使PD随并发用户数增加而下降得更慢。

5 结论

针对大规模接入对序列容量的需求,本文提出一种多子集划分的LHZ FHS构造方案。利用 k 重笛卡尔积扩充生成序列集,列不相关划分子集,构造出兼具大容量与低碰撞区最优的多子集LHZ FHS集,可用于支持分簇通信场景下的同步资源划分。表2对比分析表明,构造的多子集LHZ FHS集有新的参数组合。该方案通过子集显著提升了序列资源的规模占比与利用率(见表1),为多用户、高密度的通信场景提供了更丰富的资源。仿真结果表明,在子带选择性阻塞条件下,所提FH-ZC同步方案相较

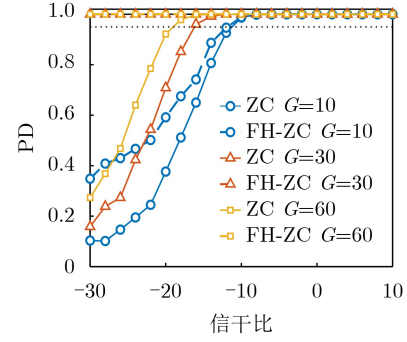


图3 1帧下不同检测数量对比ZC

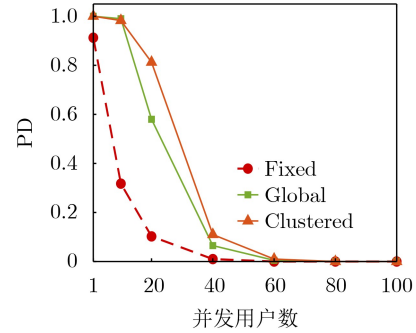


图4 活跃用户数PD的影响

于全频带ZC基准方案具有更高的同步检测概率,同时,Clustered-LHZ-FH-ZC相较于Global-LHZ-FH-ZC在多用户并发场景下表现出更好的检测鲁棒性,说明所构造多子集LHZ FHS集可为局部簇同步资源划分提供序列支撑。

表2 现有最优LHZ FHS集与本文的参数对比

参数 $(L, N, \ell, L_z, H_m(S))$	子集个数	限制	文献
$\left(q^n - 1, q^k \left\lfloor \frac{q^n - 1}{L_z + 1} \right\rfloor, q^k, L_z, q^{n-k}\right)$	1	$2 \leq L_z \leq \left\lfloor \frac{q^n - 1}{2} \right\rfloor - 1$	[8]
$\left(\frac{v^n - 1}{l}, T, v^{n-1}, L_z, \left\lceil \frac{W}{N} \right\rceil\right)$	1	$l v - 1, n \geq 2, \gcd(l, n) = 1, k = n - 1$	[9]
$\left(\frac{q^n - 1}{d}, \left\lfloor \frac{q^n - 1}{d(L_z + 1)} \right\rfloor, d, q^{n-1}, L_z, \frac{q - 1}{d}\right)$	1	$2 \leq L_z \leq \left\lfloor \frac{q^n - 1}{2d} \right\rfloor - 1$	[10]
$(qL, qM, qv, 1, L - 1)$	1	$q \geq 1$	[11]
$(p(p^r - 1), p^{r-1}, p^r, p(p^r - 1), \left\lceil \frac{L}{p^r - 1} \right\rceil)$	1	$r \geq 2$	[15]
$(p(p^r - 1), p^r, p^r, p^r - 2, p)$	$p^{(k-1)r}$	$r \geq 2, p \geq 2, k \geq 1, \ell \equiv 1 \pmod{k}, \gcd(\ell, k) = 1$	本文

参考文献

- [1] 王诗雨, 汪西明, 可臻怡, 等. 无人机通信多模抗干扰: 融合二维迁移强化学习的协同决策方法[J]. 电子与信息学报, 2025, 47(11): 4200–4210. doi: 10.11999/JEIT250566.
- WANG Shiyu, WANG Ximing, KE Zhenyi, et al. Multi-mode anti-jamming for UAV communications: A cooperative mode-based decision-making approach via two-dimensional transfer reinforcement learning[J]. *Journal of*

- Electronics & Information Technology*, 2025, 47(11): 4200–4210. doi: 10.11999/JEIT250566.
- [2] 应宗辰, 桂琳, 杨佳翰, 等. TTSPD: 一种融合轮胎数据的多模态交通场景感知数据集[J/OL]. 电子与信息学报. <https://link.cnki.net/urlid/11.4494.TN.20260314.1610.002>, 2026.
- YING Zongchen, GUI Lin, YANG Jiahan, et al. TTSPD: A multimodal traffic scene perception dataset integrating tire data[J/OL]. *Journal of Electronics & Information*

- Technology. <https://link.cnki.net/urlid/11.4494.TN.20260314.1610.002>, 2026.
- [3] 齐子森, 张梓轩, 许华, 等. 利用无线电极化特征的跳频网台分选方法[J]. 电子与信息学报, 2024, 46(4): 1286–1295. doi: [10.11999/JEIT230315](https://doi.org/10.11999/JEIT230315).
- QI Zisen, ZHANG Zixuan, XU Hua, *et al.* Frequency-hopping network station sorting method using radio polarization characteristics[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2024, 46(4): 1286–1295. doi: [10.11999/JEIT230315](https://doi.org/10.11999/JEIT230315).
- [4] CHEN Miling, CHAI Rong, HU Hang, *et al.* Performance evaluation of C-V2X mode 4 communications[C]. 2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference, Nanjing, China, 2021: 1–6. doi: [10.1109/WCNC49053.2021.9417517](https://doi.org/10.1109/WCNC49053.2021.9417517).
- [5] GROW J, OGLESBY N, HATCHER G, *et al.* Wireless interference and regulatory frameworks for frequency allocation in V2X communication systems[C]. 8th International Conference on Intelligent Transport Systems, Pisa, Italy, 2024: 265–278. doi: [10.1007/978-3-031-86370-7_16](https://doi.org/10.1007/978-3-031-86370-7_16).
- [6] PAUL C R, SCULLY R C, and STEFFKA M A. Introduction to Electromagnetic Compatibility[M]. 3rd ed. Hoboken: Wiley, 2022.
- [7] IEC. IEC 61000-4-3: 2020 Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 4-3: Testing and measurement techniques - Radiated, radio-frequency, electromagnetic field immunity test[S]. Geneva: International Electrotechnical Commission, 2020.
- [8] XIE Chun and WANG Changyuan. Constructions of low-hit-zone frequency-hopping sequence set with strictly optimal periodic partial Hamming correlation[J]. *IEEE Access*, 2025, 13: 105394–105400. doi: [10.1109/ACCESS.2025.3580293](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2025.3580293).
- [9] ZHOU Limengnan, PENG Daiyuan, LIANG Hongbin, *et al.* Constructions of optimal low-hit-zone frequency hopping sequence sets[J]. *Designs, Codes and Cryptography*, 2017, 85(2): 219–232. doi: [10.1007/s10623-016-0299-z](https://doi.org/10.1007/s10623-016-0299-z).
- [10] WANG Changyuan, ZHANG Yi, YANG Wanan, *et al.* Optimal constructions of low-hit zone frequency-hopping sequence set based on m-sequence[J]. *Mathematics*, 2025, 13(14): 2228. doi: [10.3390/math13142228](https://doi.org/10.3390/math13142228).
- [11] TIAN Xinyu, HAN Hongyu, and PARAMPALLI U. Construction of low-hit-zone frequency-hopping sequence sets with strictly optimal partial Hamming correlation based on Chinese Remainder Theorem[J]. *Cryptography and Communications*, 2025, 17(1): 15–25. doi: [10.1007/s12095-024-00738-7](https://doi.org/10.1007/s12095-024-00738-7).
- [12] ZEYDAN E, TURK Y, and DEV K. Driving cluster-level trust for artificial intelligence in V2X communications[J]. *IEEE Internet of Things Magazine*, 2026, 9(1): 88–95. doi: [10.1109/MIOT.2025.3582670](https://doi.org/10.1109/MIOT.2025.3582670).
- [13] AMER A A, TALKHAN I E, ABUTARBOUSH H F, *et al.* Joint vehicle clustering and dynamic power allocation optimization in sectorized 6G networks for V2X communication[J]. *Vehicular Communications*, 2026, 57: 100983. doi: [10.1016/j.vehcom.2025.100983](https://doi.org/10.1016/j.vehcom.2025.100983).
- [14] WU Weihua, HUANG Yanxiu, TENG Wei, *et al.* Robust beamforming and resource allocation for multiantenna cellular vehicle-to-everything (C-V2X) networks[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2026, 13(2): 2731–2747. doi: [10.1109/JIOT.2025.3631632](https://doi.org/10.1109/JIOT.2025.3631632).
- [15] CAI Han, YANG Yang, ZHOU Zhengchun, *et al.* Strictly optimal frequency-hopping sequence sets with optimal family sizes[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, 62(2): 1087–1093. doi: [10.1109/TIT.2015.2512859](https://doi.org/10.1109/TIT.2015.2512859).
- [16] PENG Daiyuan and FAN Pingzhi. Lower bounds on the Hamming auto- and cross correlations of frequency-hopping sequences[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(9): 2149–2154. doi: [10.1109/TIT.2004.833362](https://doi.org/10.1109/TIT.2004.833362).
- [17] PENG Daiyuan, FAN Pingzhi, and LEE M H. Lower bounds on the periodic Hamming correlations of frequency hopping sequences with low hit zone[J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2006, 49(2): 208–218. doi: [10.1007/s11432-006-0208-6](https://doi.org/10.1007/s11432-006-0208-6).
- [18] LIU Xing, SHU Qin, and ZENG Qi. Low-hit-zone frequency/time hopping sequence sets with large family size[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 181733–181739. doi: [10.1109/ACCESS.2019.2959718](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2959718).
- [19] ZHENG Jingze, SHI Zhiguo, GUO Xiuzhen, *et al.* A tutorial on SDR-based NB-IoT PHY: Synchronization, demodulation, and validation[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2026, 28: 4458–4484. doi: [10.1109/COMST.2026.3654924](https://doi.org/10.1109/COMST.2026.3654924).
- 田新钰: 女, 博士生, 研究方向为序列设计与分析。
陈晓玉: 女, 副教授, 研究方向为序列设计、无线通信技术。
张继韬: 男, 硕士, 研究方向为同步序列设计与性能研究。

责任编辑: 余 蓉

Construction and Performance Analysis of Optimal Low-Hit-Zone Frequency Hopping Sequence Sets

TIAN Xinyu CHEN Xiaoyu ZHANG Jitao

(School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

(Hebei Province Key Laboratory of Information Transmission and Signal Processing,

Qinhuangdao 066004, China)

Abstract:

Objective ElectroMagnetic Interference (EMI) is a critical factor limiting the reliability of synchronization systems. Existing Fifth-Generation (5G) synchronization schemes extensively employ Zadoff-Chu (ZC) sequences to distinguish users through cyclic shifts. However, finite sequence lengths and limited orthogonal resources create substantial capacity bottlenecks in high-density access scenarios. To address these challenges, this paper investigates the problem from two perspectives. At the system level, a synchronization framework is developed by integrating Frequency Hopping (FH) with ZC sequences. By jointly exploiting code, time, and frequency-domain resources, the proposed framework improves concurrent access capability for local clusters while enhancing robustness against complex EMI through frequency diversity. At the sequence-design level, a class of multi-subset Low-Hit-Zone (LHZ) Frequency Hopping Sequence (FHS) sets is constructed to provide an efficient sequence allocation scheme for local-cluster synchronization.

Methods Based on the theoretical framework proposed by Cai et al., the sequence mapping mechanism is reconstructed, and a disjoint Cyclic Perfect Mendelsohn Difference Family (CPMDF) is introduced to construct FHS sets that are optimal with respect to the Peng-Fan bound. The generating units are further expanded through Cartesian products, and a column-incoherent partitioning strategy is proposed to construct multi-subset LHZ FHS sets. It is proved that every nonempty subset satisfies the Peng-Fan-Lee bound with equality. Compared with Global-LHZ-FH-ZC, Clustered-LHZ-FH-ZC provides higher synchronization detection robustness by better matching the local-cluster competition structure. At the system level, an FH-ZC synchronization architecture is developed by combining predefined FH patterns with the frequency-domain correlation properties of ZC sequences for subband signal detection. A Peak-to-SideLobe Ratio (PSLR) decision metric and an early-termination strategy are adopted to evaluate synchronization preamble detection under interference. Furthermore, a multi-user simulation model is established to evaluate synchronization detection performance under accumulated co-channel collisions and EMI.

Results and Discussions The proposed construction generates an FHS set that is optimal with respect to the Peng-Fan bound and a class of multi-subset LHZ FHS sets in which every nonempty subset is optimal with respect to the Peng-Fan-Lee bound. Example 2 demonstrates the construction procedure and the intra-subset and inter-subset Hamming correlation properties of the proposed multi-subset LHZ FHS sets. Table 1 shows that, under the same frequency-resource constraints, the proposed construction generates more sequences than existing methods under the compared parameter settings, indicating higher sequence-resource utilization. Table 2 compares the parameters of the proposed sequence sets with representative constructions reported previously and demonstrates that the proposed multi-subset optimal sequence family provides a new parameter combination. To the best of our knowledge, an optimal sequence family with a multi-subset structure has not been reported previously. Figures 2 and 3 demonstrate that the proposed FH-ZC synchronization architecture achieves a higher synchronization detection probability than the conventional full-band Fixed-ZC baseline under subband-selective blocking interference caused by EMI. Figure 4 shows that the synchronization detection probability decreases as the number of active users increases because accumulated co-channel collisions degrade synchronization performance. Compared with Global-LHZ-FH-ZC, Clustered-LHZ-FH-ZC provides higher synchronization detection robustness by better matching the local-cluster competition structure characterized by strong intra-cluster competition and weak inter-cluster coupling.

Conclusions To satisfy the sequence-capacity requirements of massive-access scenarios, this paper proposes a

class of multi-subset LHZ FHS sets. By expanding the generating sequence sets through Cartesian products and partitioning subsets using a column-incoherent strategy, the proposed construction achieves both a large family size and optimal LHZ performance. The proposed multi-subset structure is well suited to local-cluster synchronization and substantially improves sequence family size and sequence-resource utilization, thereby providing a richer sequence resource pool for high-density multi-user systems. Simulation results under the considered physical-layer model demonstrate that the proposed LHZ FHS subsets reduce the effect of frequency collisions during multi-user synchronization detection. Furthermore, the FH-ZC synchronization scheme achieves a higher synchronization preamble detection probability than the conventional full-band Fixed-ZC baseline under subband-selective blocking interference caused by EMI.

Key words: Frequency Hopping Sequence (FHS); Peng–Fan–Lee bound; Hamming correlation; Low-Hit-Zone (LHZ); ElectroMagnetic Interference (EMI)